

文章编号:1007-2780(2019)07-0716-08

基于分数阶狼群优化的 Otsu 图像分割算法

杨 威,马 瑜*,孔聪雅,芦 玥,王 慧

(宁夏大学 物理与电子电气工程学院,宁夏 银川 750021)

摘要:针对传统狼群算法(WPA)应用于图像分割寻优慢且易陷入局部最优的缺点,提出一种基于分数阶狼群的 Otsu 图像分割算法。利用分数阶微分对过去状态有记忆性的优点,用分数阶阶次来控制狼群在游走过程中的位置更新,并引入自适应分数阶阶次,根据狼的位置信息自适应地调整分数阶阶次,提升算法收敛速度。采用粒子对称分布方法改进狼群围捕行为,改善狼群个体空间分布状态,提高种群多样性,调整围捕过程中的狼群位置,克服算法后期易出现局部最优的弊端。采用改进的二维 Otsu 算法,将其离散度矩阵作为狼群算法的寻优函数,将目标从图像中分割出来。实验表明,本文算法达到稳定的收敛次数较传统狼群算法平均提升了 50 次左右,较文献[11]提出的算法平均加快了 10 次左右。本文改进算法保证了图像分割精度,并提升算法收敛速度。

关键词:最大类间方差法;狼群算法;分数阶微分

中图分类号:TP391 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/YJYXS20193407.0716

Otsu image segmentation based on fractional order WPA

YANG Wei, MA Yu*, KONG Cong-ya, LU Yue, WANG Hui

(School of Physics and Electronic-Electrical Engineering, Ningxia University,
Yinchuan 750021, China)

Abstract: The traditional wolf pack algorithm (WPA) is slow and easy to fall into local optima in the image segmentation. Aiming to this problem, the Otsu image threshold segmentation algorithm based on fractional order wolf pack algorithm is proposed. Using the advantage of fractional order which has memory for past states, the position updating of wolves is controlled by fractional order. Using the adaptive fractional order, the position of wolves is used to adjust the fractional order adaptively to improve the convergent speed. The particle symmetry distribution method is used to improve the hunting behavior, improve the spatial distribution of wolves, adjust the position of wolves during hunting, overcome the shortcomings of the algorithm. Using the gray-gradient two-dimensional histogram, and inter-class variance of Otsu algorithm defined as the fitness function, the target is segmented from the

收稿日期:2019-01-04; **修订日期:**2019-04-28.

基金项目:宁夏自然科学基金(No.NZ16009);宁夏高等学校科学研究项目(No.NGY2016015);2018 年宁夏研究生教育教学改革研究与实践项目(YJG201811);宁夏大学研究生创新研究项目(GIP2018071)

Supported by National Natural Science Foundation of Ningxia Autonomous Region (No. NZ16009); Ningxia Higher Education Research Project(No.NGY2016015); Ningxia Postgraduate Education Teaching Reform Research and Practice Project in 2018(YJG201811); Ningxia University Graduate Innovation Research Project(GIP2018071)

* 通信联系人, E-mail: mayu95@163.com

image. Experimental results show that the number of convergence times achieved by this algorithm is about 50 times higher than that of the WPA, and about 10 times faster than the algorithm proposed in literature [11]. The algorithm in this article can not only accelerate the convergent speed, but also ensure the accuracy of image segmentation.

Key words: Otsu algorithm; wolf pack algorithm; fractional differential

1 引言

图像分割是图像处理的重要步骤,阈值分割法因其简单有效性应用广泛。其中 Otsu 分割算法利用阈值将图像分成目标和背景两类,离散度矩阵值最大时获得最佳阈值,因其与图像像素分布无关,适合多类图像分割。袁小翠等人以目标出现的概率为权重,对 Otsu 算法的离散度矩阵进行加权,提升了 Otsu 算法分割精度^[1]。同时,粒子群算法、萤火虫算法、蜂群算法等智能算法应用其中,能够改进 Otsu 分割算法实时性差的问题^[2-4]。

狼群算法是 2007 年吴虎胜提出模拟自然界狼群分工搜索行为的一种智能算法。由于算法搜索能力强,已被广泛应用^[5]。基于狼群算法,众多学者提出很多改进,主要是对狼群算法搜索过程的改进,提高狼群的搜索速度和精度。王盈祥等人提出一种基于差分进化的狼群算法,通过对多个函数测试证明了改进算法的有效性^[6]。焦瑞芳等人在狼群游走行为中引入随机扰动策略动态调整算法权重,并在算法围捕行为中引入混沌全局搜索,提高算法寻优精度^[7]。曹爽等人将 PSO 算法中的粒子寻优过程引入到狼群算法游走、召唤行为中,利用混沌法对得到的次优解进行优化,提高算法的寻优准确度^[8]。

在信号分析与处理过程中,需要借助恰当的数学模型来解决,分数阶微积分的引入使其提升到新的高度^[9]。2010 年, Pires 等人最早将分数阶算法引入 PSO 算法中,通过 5 个著名函数的测试分析验证了分数阶算法对 PSO 算法收敛性的提升,并进一步验证了算法的收敛速度与分数阶阶次密切相关^[10]。魏晶茹等提出了一种自适应的分数阶粒子群算法,通过粒子的速度和位置信息自适应地选取分数阶阶次,使算法得到了更好的收敛性能^[11]。近期, Mousavi 等人将分数阶应用于萤火虫算法中,也取得了可观的实验结

果^[12]。考虑分数阶微积分在信号及图像处理应用的优越性及狼群算法的简单有效性,本文将分数阶优化的狼群算法引入到 Otsu 图像分割算法中,利用分数阶算法对过去状态有记忆性的优点,用自适应分数阶阶次来控制狼群在游走过程中的位置更新,并在狼群围捕行为中引入粒子对称分布方法^[13],调整狼群围捕过程中的位置,克服陷入局部最优的缺点,结合二维 Otsu 分割算法来确定最佳分割阈值,加快了算法收敛速度。

2 基于分数阶优化的狼群算法

2.1 传统狼群算法

传统狼群算法模拟了狼群捕食过程中的游走、召唤和围攻行为。在头狼的领导下,探狼和猛狼互相合作寻找解空间中最优解。

2.1.1 头狼的选取

初始狼群数 N ,将解空间中具有最大目标函数值的位置记为头狼位置。如有多个最优解,则随机选取一头作为头狼 Y_{lead} 。头狼不参与游走和围攻行为,直至在迭代过程中被具有更优解的其他狼代替。

2.1.2 游走行为

选取最优解中的 S_{num} 匹(头狼除外)作为探狼开始游走行为。在游走过程中,如其目标函数值 Y_{im} 优于 Y_{lead} ,则替代头狼;否则,探狼朝 h 个方向前进寻优,在 d 维空间中,探狼 i 的游走公式为:

$$x_{id}^m(t+1) = x_{id}(t) + \sin(2\pi \frac{m}{h})P_a^m, \quad (1)$$

其中: $m \in \{1, 2, \dots, h\}$, P_a 为前进步长, S_{num} 取 $[n/(\alpha+1), n/\alpha]$ 之间的整数。 α 为探狼比因子。

探狼 i 在游走过程中记录每步前进后该位置的目标函数值 Y_{im} ,选择目标函数值大的方向更新探狼位置,直到探狼 i 的目标函数值 $Y_{im} > Y_{lead}$ 或达到最大游走次数 T_{max} 。

2.1.3 召唤行为

头狼召唤附近 M_{num} 匹猛狼向其靠近。其中 $M_{\text{num}} = N - S_{\text{num}} - 1$, 猛狼以步长 P_b 快速向头狼靠近。猛狼 i 的行为公式为:

$$x_{\text{id}}(t+1) = x_{\text{id}}(t) + P_b \cdot$$

$$(g_d(t) - x_{\text{id}}(t)) / |g_d(t) - x_{\text{id}}(t)|, \quad (2)$$

式中 g_d 为 t 代头狼在第 d 维空间中的位置。若猛狼感知的适应度值 $Y_{\text{im}} > Y_{\text{lead}}$, 便代替头狼发起召唤行为。否则猛狼继续搜索直到与头狼的位置小于 d_{near} 进入围攻行为。 d_{near} 可由下式得到:

$$d_{\text{near}} = \frac{1}{d \times \omega} \sum_{d=1}^D |x_{\text{maxd}} - x_{\text{mind}}|, \quad (3)$$

ω 为距离判定因子, x_{maxd} 和 x_{mind} 分别为第 d 维空间的上限和下限。

2.1.4 围攻行为

头狼作为全局最优值被视为猛狼围攻方向。猛狼以步长 P_c 向头狼靠近, 猛狼围攻行为公式为:

$$x_{\text{id}}(t+1) = x_{\text{id}}(t) + \lambda \cdot P_c \cdot |g_d(t) - x_{\text{id}}(t)|, \quad (4)$$

其中 λ 为 $[-1, 1]$ 间均匀分布的随机数。围攻后, 若有个体狼所处位置适应度值大于原头狼适应度值, 便更新狼位置信息, 否则, 头狼位置不变。

其中, 3 种围攻步长满足以下关系:

$$P_a = P_b / 2 = 2 \times P_c = |d_{\text{max}} - d_{\text{min}}| / S, \quad (5)$$

d_{max} 和 d_{min} 分别为待寻优变量的取值范围的最大值和最小值, S 为步长因子。

2.1.5 群体更新

按“由强到弱”分配食物, 将 R 匹目标函数值最小的狼随机替代。 R 取 $[N/2 \times \xi, N/2]$ 中的随机数, ξ 是狼群更新比例因子。

2.2 分数阶微积分(FC)

基于不同的定义, 分数阶微积分有不同的表达形式。最为常用的为 Grumwald-Letniko 定义(G-L 定义)。

G-L 定义的离散表达形式为^[10]:

$$D^v[x(t)] = \frac{1}{T^v} \sum_{k=0}^r \frac{(-1)^k \Gamma(v+1) x(t-kT)}{\Gamma(k+1) \Gamma(v-k+1)}, \quad (6)$$

式中: v 为阶次, T 为周期; $\Gamma(N) = \int_0^\infty e^{-t} t^{N-1} dt = (N-1)!$ 为伽马函数; r 为截止阶次。

2.3 分数阶优化的狼群算法

传统狼群游走行为忽略了探狼之前的游走状态, 寻优结果取决于 h 的取值, 若 h 较大, 寻优精度高但收敛速度慢; h 过小算法容易陷入局部最优。

令表达式(6)中的 $r=4$, 得:

$$D^v[x(t+1)] \approx x(t+1) - vx(t) + \frac{v(v-1)}{2} x(t-1) - \frac{1}{6} v(v-1)(v-2) x(t-2) + \frac{1}{24} v(v-1)(v-2)(v-3) x(t-3) \quad (7)$$

由式(7)可看出, 分数阶导数结果不仅与当前项有关, 还与之前状态值有关, 且过去事件的影响随着时间的推移而减小。由于其固有的记忆特性, 非常适合描述不可逆性和混沌等现象, 所以考虑将其引入狼群算法的游走行为。

由式(1)可知, 狼群每次的游走行为可描述为:

$$x_{\text{id}}(t+1) - x_{\text{id}}(t) = \sin(2\pi \cdot \frac{m}{h}) P_a, \quad (8)$$

式(8)左边为分数阶 G-L 定义阶次 $v=1$ 时(假设 $T=1$)的离散形式, 可以写作:

$$D^v[x(t+1)] = \sin(2\pi \cdot \frac{m}{h}) P_a, \quad (9)$$

结合公式(7), 狼群的游走行为可表示为:

$$x(t+1) = vx(t) - \frac{1}{2} v(v-1) x(t-1) + \frac{1}{6} v(v-1)(v-2) x(t-2) - \frac{1}{24} v(v-1)(v-2)(v-3) x(t-3) + \sin(2\pi \frac{m}{h}) P_a \quad (10)$$

可以看出,分数阶阶次影响着探狼位置更新。当 v 很小时,将忽略先前的活动并容易陷入局部最优;当 v 很大时,将呈现更多样化的行为,从而可以探索新的解决方案。但是 v 太大,则花费时间多。所以本文将进化因子 f 引入公式对阶次 v 进行修正,利用探狼位置信息自适应地调整分数阶次,调整公式如下^[11]:

(1)探狼 i 到其他探狼的平均距离计算为:

$$d_{ix} = \frac{1}{N-1} \sum_{j=1, j \neq i}^N \sqrt{\sum_{k=1}^D (x_{ik} - x_{jk})^2},$$

式中: N 和 D 分别为探狼个数和空间维数。

(2)进化因子 $f = \frac{d_g - d_{\min}}{d_{\max} - d_{\min}} \in [0, 1]$ 决定探狼当前的状态。

其中, d_g 为全局最优位置到其他探狼的平均距离, $d_{\max}$ 和 $d_{\min}$ 为所有 d_{ix} 中的最大值和最小值。

(3)当 $v \in [0.5, 0.8]$ 时,收敛速度更快,故:
 $v(f) = 1/2e^{-0.47f} \in [0.5, 0.8]$ 。

3 基于分数阶狼群优化的 Otsu 分割算法

3.1 基于灰度-梯度的二维 Otsu 阈值分割算法

二维 Otsu 算法的横坐标为灰度,纵坐标为灰度级与平均灰度级之差,即灰度-梯度二维直方图,这样,图像的像素信息主要集中在平面一侧,且目标和背景主要集中在梯度较小区域(图像目标和背景区域),图像梯度值较大的点(图像噪声点)成功地与图像的目标及背景分离,减少噪声对图像分割的影响。设图像总像素点数为 N , n_{ij} 为灰度 i 、梯度 j 的像素点数, n_{ij} 发生的概率为:

$$p_{ij} = \frac{n_{ij}}{N}, \quad (11)$$

设分割阈值的平均灰度值为 s , 梯度值为 t , 图像被阈值 (s, t) 分为背景类 B 和目标类 T , 两类出现的概率分别为:

$$p_B(s, t) = \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t p_{ij}, \quad p_T(s, t) = \sum_{i=s+1}^L \sum_{j=t+1}^L p_{ij}, \quad (12)$$

背景类和目标类对应的均值向量 u_B 和 u_T 及所有像素点的总均值向量 u 分别如下:

$$u_B(s, t) = (u_{Bi}, u_{Bj})^T =$$

$$\begin{aligned} & \left(\sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t \frac{iP_{ij}}{P_B}, \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t \frac{jP_{ij}}{P_B} \right)^T, \\ & u_T(s, t) = (u_{Ti}, u_{Tj})^T = \\ & \left(\sum_{i=s+1}^L \sum_{j=t+1}^L \frac{iP_{ij}}{P_T}, \sum_{i=s+1}^L \sum_{j=t+1}^L \frac{jP_{ij}}{P_T} \right)^T, \\ & u(s, t) = (u_i, u_j)^T = \\ & \left(\sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L iP_{ij}, \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L jP_{ij} \right)^T, \end{aligned} \quad (13)$$

定义离散度矩阵为:

$$S_{(s, t)} = P_B(\mu_B - \mu)(\mu_B - \mu)^T + P_T(\mu_T - \mu)(\mu_T - \mu)^T, \quad (14)$$

图像分割效果与离散度值成正比,因此取离散度值最大时的阈值作为最佳分割阈值:

$$\text{tr}(S_{(s^*, t^*)}) = \max(\text{tr}(S_{(s, t)})), \quad (15)$$

3.2 基于分数阶狼群优化的 Otsu 图像分割算法

将 Otsu 算法的离散度矩阵作为改进狼群算法的寻优函数,采用粒子对称分布方法改进狼群算法围捕行为。算法步骤如下:

(1)参数初始化。设种群数 $N = 20$, 个体狼位置 x_i , 探狼比因子 $\alpha = 4$, 最大迭代次数 $N_{\text{iter}} = 100$, 最大游走次数 $T_{\text{max}} = 20$, 步长因子 $S = 1\ 000$ 。

(2)选取头狼。将个体狼位置作为待寻优的二维阈值向量,式(15)作为探狼目标函数,根据目标函数值选出头狼。

(3)游走行为。探狼根据游走公式(10)执行游走行为,若探狼计算所得目标函数值 $Y_{\text{im}} > Y_{\text{lead}}$ 便代替头狼进行召唤行为。否则,继续游走行为直到最大游走次数 T_{max} , 转步骤(4)。

(4)召唤行为。猛狼根据式(2)向猎物靠近,在此过程中,若猛狼的目标函数值 $Y_{\text{im}} > Y_{\text{lead}}$, 则取代头狼执行召唤行为,否则继续搜索直到与头狼的位置小于 d_{near} 时转至步骤(5)。

(5)围攻行为。猛狼及探狼根据式(4)向猎物移动,在移动过程中根据粒子对称分布方法,调整狼群移动位置,实施围捕行为。

(6)选取目标函数值最大的个体狼作为头狼,并对狼群群体进行更新。

(7)若算法达到最大迭代次数,则输出头狼位置,作为最佳分割阈值,否则返回步骤(2)。

该算法具体流程图如图1所示。

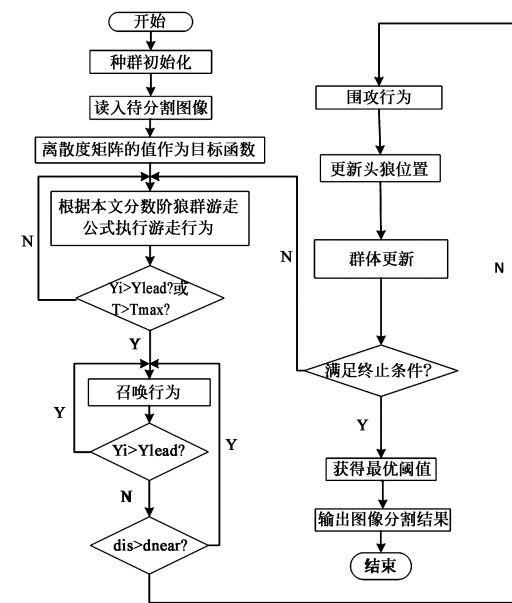


图 1 分数阶狼群 Otsu 算法流程图

Fig.1 Flowchart of the two-dimensional Otsu based improved WPA

4 实验结果及分析

本文采用人物 Lena 图像、医学肺部图像及景物兰花图像进行实验,并分别对比了本文提出的算法、传统狼群优化二维 Otsu 算法(WPA Otsu

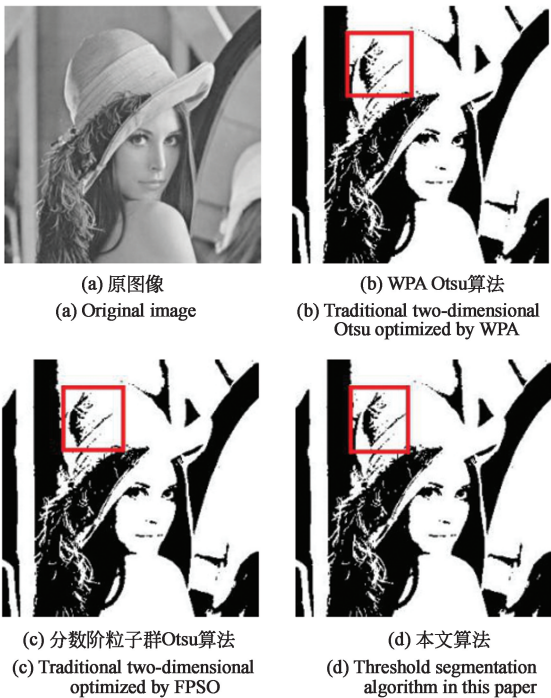


图 2 Lena 图像分割结果

Fig.2 Segmentation results of the image Lena

算法)以及文献[11]提出算法(分数阶粒子群 Otsu 算法)的分割性能。

采用适应度值^[11]和峰值信噪比(PSNR)^[7]作为评价图像分割效果的客观评价指标。适应度值

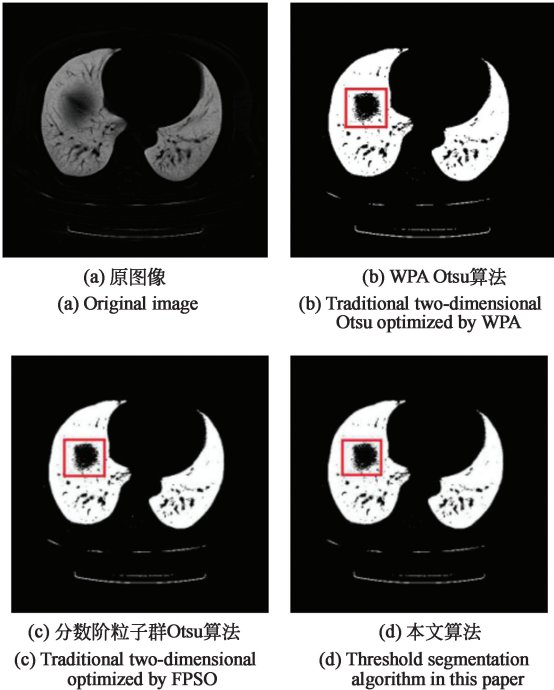


图 3 肺组织图像分割结果

Fig.3 Segmentation results of the image Lung

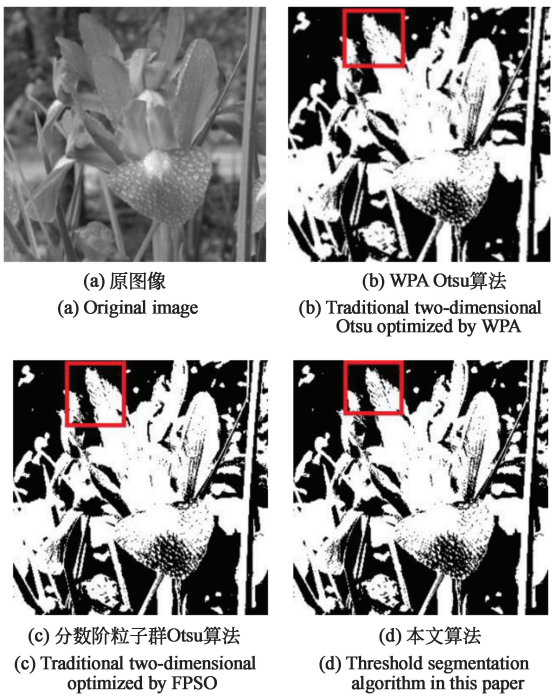


图 4 兰花图像分割结果

Fig.4 Segmentation results of the image Orchid

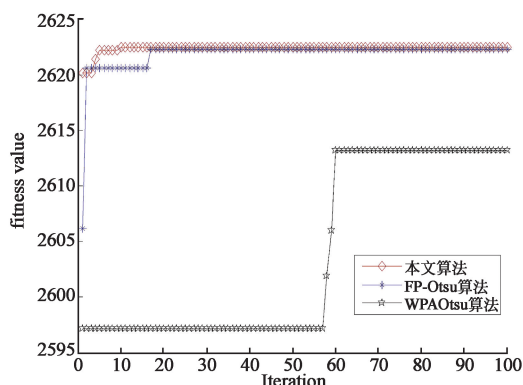
越大,图像分割结果越好;PSNR 值越大,算法抗噪性能越好。用适应度曲线中达到收敛的迭代次数作为评价算法速度的指标,迭代次数越少,算法速度越快。实验的硬件条件为:window7 系统,Intel i3 处理器(2.53 GHz),2.00 GB 内存,MatlabR2013。

4.1 实验分割结果

主观视觉上,对 Lena 图像的分割处理,本文算法在红色图框区域保证了图像细节部分的分割;对肺组织图像的分割,本文算法能够保证在指定组织处分割出完整清晰的轮廓;对景物兰花图像的分割,则显示出更多细节。

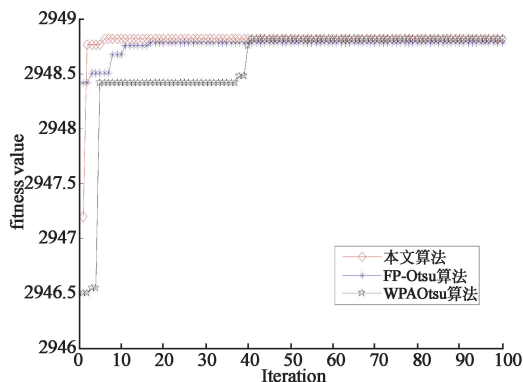
4.2 适应度曲线

由图 5(a)及表 1 的数据可以看出,对 Lena 图像的分割结果,本文算法的适应度值及 PSNR 值均高于另外两种算法。由于适应度值越大, Otsu 分割算法中离散度矩阵的值越大,即目标及背景类分割越明显,可见本文算法提升了图像分割结果的准确度。同时,本文算法的 PSNR 值相



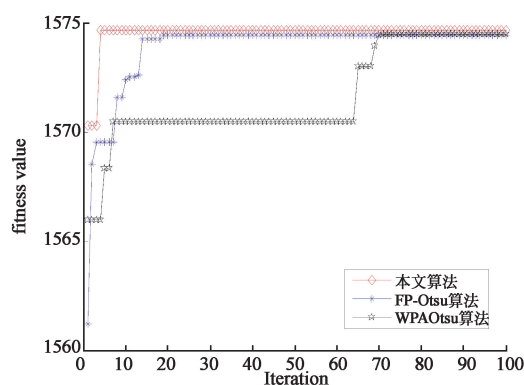
(a)Lena 图像适应度曲线

(a) Fitness curves of image Lena



(b)肺组织图像适应度曲线

(b) Fitness curves of image Lung



(c)兰花图像适应度曲线

(c) Fitness curve of image Orchid

图 5 各图像不同算法的适应度曲线

Fig.5 Fitness curves of different images

表 1 3 种算法对 Lena 图像分割结果对比

Tab.1 Segmentation results of image Lena by different algorithm

算法	最佳阈值	迭代次数	适应度值	PSNR
WPA Otsu 算法	(233,134)	60	2 613.2	9.016 3
文献[11]算法	(143,134)	15	2 622.3	9.016 3
本文算法	(135,142)	10	2 622.4	9.016 4

表 2 3 种算法对肺组织 CT 图像分割结果对比

Tab.2 Segmentation results of image CT Lung by different algorithm

算法	最佳阈值	迭代次数	适应度值	PSNR
WPA Otsu 算法	(60,63)	40	2 948.7	13.119
文献[11]算法	(59,63)	17	2 948.6	13.119
本文算法	(60,63)	6	2 948.8	13.157

表 3 3 种算法对兰花图像分割结果对比

Tab. 3 Segmentation results of image Orchid by different algorithm

算法	最佳阈值	迭代次数	适应度值	PSNR
WPA Otsu 算法	(112,117)	70	1 574.5	8.098 6
文献[11]算法	(111,118)	20	1 574.4	8.098 6
本文算法	(112,119)	4	1 574.6	8.135 0

较于另外两种算法有提升,说明本文算法的抗噪性能得到了保障。由图 5(a)的适应度曲线也可以直观地看出,经过 10 次迭代本文算法找到最佳

阈值,经过 60 次迭代后 WPAOtsu 算法找到最佳阈值,经过 15 次迭代后文献[11]算法找到最佳阈值。可知本文算法最先达到收敛。

由图 5(b)及表 2 可以看出,对肺组织图像的分割结果,本文算法的适应度值较文献[11]算法有所提高,并与 WPA Otsu 算法持平,本文算法的 PSNR 值较另外两种算法有提高,说明本文算法能够保证图像的分割精度,且抗噪性能得到保证。从图 5(b)的适应度曲线可以看出,本文算法经过 6 次迭代找到最佳阈值,WPAOtsu 算法在 40 次迭代后找到最佳阈值,文献[11]算法经过 17 次左右找到最佳阈值。说明相较于另外两种算法,本文算法的收敛速度更快。

由图 5(c)及表 3 可以看出,兰花图像的适应度值及 PSNR 值相比另两种算法均有增加,可见本文算法能够保证分割准确度,且抗噪性能提升。由图 5(c)的适应度曲线可知,经过 4 次迭代,本文算法找到最佳阈值,经 70 次左右迭代,WP-AOtsu 算法达到完全收敛,经 20 次迭代,文献[11]算法达到收敛。说明相对于另外两种算法,本文算法收敛速度有了大幅度提高。

综上 3 类不同领域图像,由 4.1 节中的分割结果可知,从主观视觉比较本文算法分割结果与另两种算法分割结果,可知本文算法能够保证分割结果的精度。由 4.2 节的适应度曲线对比可知,本文算法采用自适应分数阶阶次来控制狼群的游走过程,结合狼群算法的召唤、围攻行为,极大提高了全局搜索能力,克服了陷入局部最优缺点,因此相较另两种算法,本文算法全局收敛能力更强,收敛速度更快。各参数对比进一步说明,本

文改进的算法,提升了适应度值,即提升了 Otsu 分割算法中离散度矩阵的值,离散度矩阵值越大,说明图像分割效果越明显,因此本文算法保证了图像分割的准确度;而本文算法达到完全收敛的迭代次数明显少于另外两种算法,可见本文算法用在图像的分割上收敛速度相比其他算法要快得多;同时,本文算法的 PSNR 值也有提高,说明本文算法的抗噪性能得到保证。

5 结 论

为提高传统狼群优化二维 Otsu 分割图像算法的寻优能力,克服算法容易陷入局部最优的缺点,本文将自适应分数阶微分引入到狼群算法并应用于 Otsu 分割图像算法中。利用分数阶微分对过去状态有记忆性的优点,用自适应分数阶阶次来控制狼群在游走过程中的位置更新,提高狼群寻优能力,并在狼群围捕行为中引入粒子对称分布方法。在移动过程中,通过调节狼群在最优解周围的分布,使狼群在最优解两侧的个数均等,进而调整狼群围捕过程中的位置,提高种群多样性,克服算法陷入局部最优的缺点,结合二维 Otsu 分割算法确定最佳分割阈值,加快算法收敛速度。实验结果表明,从主观视觉和客观指标上都验证了该算法分割图像可以保证分割结果的精确性。本文算法收敛次数较传统狼群算法平均提升 50 次左右,较文献[11]算法平均加快 10 次左右。说明本文算法收敛速度更快。因此相较于另外两种算法,本文算法在分割图像时收敛速度更快,并且能够保障图像分割精度。

参 考 文 献:

- [1] 袁小翠,吴禄慎,陈华伟.基于 Otsu 方法的钢轨图像分割[J].光学精密工程,2016,24(7):1772-1781.
YUAN X C, WU L S, CHEN H W. Rail image segmentation based on Otsu threshold method [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2016, 24(7): 1772-1781. (in Chinese)
- [2] ZHENG L P, PAN Q K, LI G Y, *et al.* Improvement of grayscale image segmentation based on PSO algorithm [C]//*Proceedings of the 2009 4th International Conference on Computer Sciences and Convergence Information Technology*. Seoul: IEEE, 2009: 442-446.
- [3] 吴俊辉,汪烈军,秦继伟.基于改进的 FA 优化二维 Otsu 图像分割算法[J].新疆大学学报:自然科学版,2018,35(1):60-65.
WU J H, WANG L J, QIN J W. Two-dimensional Otsu image segmentation algorithm based on FA optimization [J]. *Journal of Xinjiang University (Natural Science Edition)*, 2018, 35(1): 60-65. (in Chinese)
- [4] 肖永豪.蜂群算法及在图像处理中的应用研究[D].广州:华南理工大学,2011.

- XIAO Y H. Research on bee colony algorithm and its applications in image processing [D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2011. (in Chinese)
- [5] 吴虎胜,张凤鸣,吴庐山.一种新的群体智能算法—狼群算法[J].系统工程与电子技术,2013,35(11):2430-2438.
WU H S, ZHANG F M, WU L S. New swarm intelligence algorithm—wolf pack algorithm [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2013, 35(11): 2430-2438. (in Chinese)
- [6] 王盈祥,陈民铀,程庭莉,等.基于差分进化的改进狼群算法研究[J].计算机应用研究,2019,36(8):1-10.
WANG Y X, CHEN M Y, CHENG T L, *et al.* Research on improved wolf pack algorithm based on differential evolution [J]. *Application Research of Computers*, 2019, 36(8): 1-10.
- [7] 焦瑞芳,范九伦.基于改进的狼群算法的新型广义熵图像分割[J].计算机应用研究,2019,36(11):1-5.(in Chinese)
JIAO R F, FAN J L. A new generalized entropy image segmentation based on improved wolves algorithm [J]. *Application Research of Computers*, 2019, 36(11): 1-5. (in Chinese)
- [8] 曹爽,安建成.改进狼群优化算法的 Otsu 图像分割法[J].微电子学与计算机,2017,34(10):16-21.
CAO S, AN J C. Otsu image segmentation method based on improved wolf pack optimization algorithm [J]. *Microelectronics & Computer*, 2017, 34(10): 16-21. (in Chinese)
- [9] 蒲亦非.分数阶微积分在现代信号分析与处理中应用的研究[D].成都:四川大学,2006.
PU Y F. Research on application of fractional calculus to latest signal analysis and processing [D]. Chengdu: Sichuan University, 2006. (in Chinese)
- [10] SOLTEIRO PIRES E J, TENREIRO MACHADO J A, DE MOURA OLIVEIRA P B, *et al.* Particle swarm optimization with fractional-order velocity [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2010, 61(1/2): 295-301.
- [11] 魏晶茹,马瑜,夏瑞,等.基于分数阶粒子群的 Otsu 图像分割算法[J].计算机工程与设计,2017,38(12):3284-3290.
WEI J R, MA Y, XIA R, *et al.* Image segmentation algorithm based on Otsu optimized by fractional-order particle swarm optimization [J]. *Computer Engineering and Design*, 2017, 38(12): 3284-3290. (in Chinese)
- [12] MOUSAVI Y, ALFI A. Fractional calculus-based firefly algorithm applied to parameter estimation of chaotic systems [J]. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2018, 114: 202-215.
- [13] 孟亚州,马瑜,白冰,等.基于粒子群优化的 Otsu 肺组织分割算法[J].液晶与显示,2015,30(6):1000-1007.
MENG Y Z, MA Y, BAI B, *et al.* Improved lung segmentation algorithm based on 2D Otsu optimized by PSO [J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays*, 2015, 30(6): 1000-1007. (in Chinese)

作者简介:



杨 威(1990—),女,山西大同人,硕士研究生,2013 年于山西大同大学获得学士学位,主要从事模式识别与图像处理方向的研究。E-mail:1024277384@qq.com



马 瑜(1974—),男,宁夏西吉人,博士,教授,硕士生导师。2013 年于西北工业大学获得博士学位,主要从事计算机视觉与模式识别方向的研究。E-mail:mayu95@163.com